

## Elements d'algorithmique

## TP 8

## Exercice 1

On considère le programme Pascal suivant :

```
PROGRAM exo;

FUNCTION X(a :REAL) :REAL ;
BEGIN
  X :=RANDOM*a ;
END;

CONST ...
VAR ...
BEGIN
RANDOMIZE;
READLN(a); u :=X(a); v :=a-u;
w :=u; IF u>v THEN w :=v;
t :=u; IF u<v THEN t :=v;
FOR k :=1 TO n DO y[k] :=X(a) ;
...
END.
```

où la fonction RANDOM, sans paramètre, retourne, au hasard, une valeur de type REAL comprise entre 0 et 1.

- Compléter les déclarations du programme ci-dessus.
- On note  $U, V, W, T$  les variables aléatoires réelles égales aux valeurs des variables  $u, v, w$  et  $t$  du programme ci-dessus. Quelles sont les lois suivies par  $U, V, W, T$  ?
- Compléter le programme précédent pour que  $Z$  soit la variable aléatoire égale au minimum des variables  $y[1], y[2], \dots, y[n]$ . Déterminer alors la loi de  $Z$ .

## Exercice 2

On lance une pièce de monnaie jusqu'à ce que l'on obtienne pour la première fois une série d'au moins deux résultats identiques suivis d'un résultat contraire. On arrête alors les lancers. On suppose qu'on a une probabilité  $p$  d'obtenir pile et  $q = 1 - p$  d'obtenir face lorsqu'on lance cette pièce et que les résultats des divers lancers sont indépendants.

On note :

- $X$  la variable aléatoire égale au nombre de lancers exécutés,
- $Y$  la variable aléatoire égale au rang du lancer où commence la première série de résultats identiques,
- $Z$  la variable aléatoire égale à 0 si la première série de résultats identiques est une série de faces, égale à 1 si la première série de résultats identiques est une série de piles.

Par exemple : pour PFPFPFPPPF, on a  $X = 9$ ,  $Y = 5$  et  $Z = 1$  tandis que pour FFFFP, on a  $X = 5$ ,  $Y = 1$  et  $Z = 0$ .

- Écrire une fonction qui simule le lancer d'une pièce avec une probabilité  $p$  d'obtenir Pile. Elle retourne la lettre  $P$  avec la probabilité  $p$  et la lettre  $F$  avec la probabilité  $1 - p$ .
- On désire simuler l'expérience décrite dans cet exercice, lorsque  $p = 0,8$ . A l'aide de la fonction précédente, écrire un programme affichant à l'écran une série de lancers, et la valeur correspondante des variables aléatoires  $X$  et  $Y$  sous la forme : PFPFPFPPPPPF 12 7 (on utilisera une variable `r : array[1..1000] of char` dans laquelle on rangera les résultats des lancers successifs obtenus.)

### Exercice 3

Une urne contient 10 boules numérotées de 1 à 10. On tire plusieurs fois au hasard et avec remise une boule de l'urne. On arrête les tirages dès que le dernier numéro obtenu est supérieur ou égal au numéro obtenu lors du précédent tirage. On appelle  $X$  la variable aléatoire égale au nombre de tirages exécutés.

Écrire un programme Pascal qui affiche la série de numéros obtenus ainsi que la valeur de  $X$  correspondante. L'affichage à l'écran se fera sous la forme 5 3 2 6  $X = 4$ .